



86.02

INTRODUCCIÓN A LA INGENIERÍA ELECTRÓNICA

Resistores

Trabajo Práctico N°1

Autor
Klößner, Martin Javier

Padrón
105378

Fecha
10/09/23

Índice

1. Resumen	2
2. Introducción teórica	2
2.1. Relación entre la tensión, la intensidad y la resistencia	2
2.2. Resistores en serie	3
3. Desarrollo	5
3.1. Circuito con un resistor	5
3.1.1. Materiales	5
3.1.2. Experimentación	5
3.2. Circuito con dos resistores en serie	6
3.2.1. Materiales	6
3.2.2. Experimentación	6
4. Datos obtenidos	8
4.1. Resistor único	8
4.2. Resistores en serie	10
5. Conclusión	11
6. Anexo	12
6.1. Cálculos para un resistor	12
6.1.1. Resistencia calculada por la ley de Ohm	12
6.1.2. Incertidumbre en la medición indirecta de la resistencia	12
6.2. Cálculos para los resistores en serie	12
6.2.1. Tensión entre A y B	12
6.2.2. Incertidumbre en la medición de tensión entre A y B	12
6.2.3. Tensión entre B y O	12
6.2.4. Incertidumbre en la medición de tensión entre B y O	12
7. Bibliografía y material utilizado	13

1. Resumen

En el presente trabajo práctico se analiza el comportamiento de los resistores en dos circuitos simples cerrados. Primero se calcula la resistencia de un resistor mediante la tensión y la intensidad que circulan por el mismo, luego se analiza la caída de tensión cuando dos resistores se colocan en serie, en ambos casos mediante la aproximación de un modelo matemático. En el primer experimento se obtuvo un valor de resistencia de $(10,61 \pm 0,35)\Omega$ mientras que el anunciado por el fabricante es $(10,0 \pm 0,50)\Omega$, en el segundo caso se obtuvieron prácticamente los mismos valores de tensión que los medidos directamente sobre el circuito, a diferencia de la incertidumbre de la medición la cual fue ligeramente mayor en la predicción del modelo.

2. Introducción teórica

2.1. Relación entre la tensión, la intensidad y la resistencia

Los resistores son de los elementos más simples que se pueden encontrar en un circuito. Los resistores pueden ser aproximados mediante un modelo lineal ya que existe una relación entre la intensidad, la resistencia y la tensión determinada por la ley de Ohm, la cual dice que la tensión es igual al producto de la intensidad y la resistencia.

$$V = i \cdot R \quad (1)$$

Despejando la resistencia R resulta

$$\boxed{R = \frac{V}{i}} \quad (2)$$

Por lo cual se puede determinar la resistencia de un resistor sabiendo la tensión aplicada sobre el mismo y la intensidad que circula a través de él. Teniendo en cuenta que la medición de la resistencia se mide de manera indirecta, es decir, se utiliza una expresión matemática para determinarla, se deben propagar errores para determinar la incertidumbre de la medición final.

$$\Delta R = \left| \frac{\partial R}{\partial V} \right| \cdot \Delta V + \left| \frac{\partial R}{\partial I} \right| \cdot \Delta I \quad (3)$$

Por lo tanto la incertidumbre resulta

$$\Delta R = \left| \frac{1}{I} \right| \cdot \Delta V + \left| \frac{-V}{I^2} \right| \cdot \Delta I \quad (4)$$

2.2. Resistores en serie

Cuando dos resistores se colocan en serie, la resistencia total equivalente de ambos resistores es igual a la suma de la resistencia de ambos.

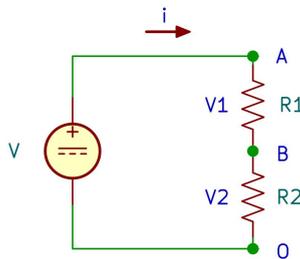


Figura 1: Circuito con un resistor

En un circuito cerrado como el de la figura 1, en el que hay dos resistores $R1$ y $R2$ en serie, considerando un resistor equivalente de resistencia $R_{eq} = R1 + R2$ se puede aplicar la ley de Ohm como si se tratara de solo un resistor, de modo que resulta

$$V = V_{AO} = i \cdot R_{eq} = i \cdot (R1 + R2) \quad (5)$$

Y se se aplica la ley de Ohm a cada resistor por separado

$$V_{AB} = V1 = i \cdot R1 \quad (6)$$

$$V_{BO} = V2 = i \cdot R2 \quad (7)$$

Despejando de la ecuación (5) la intensidad se obtiene

$$i = \frac{V_{AO}}{(R1 + R2)} \quad (8)$$

Y reemplazando con la expresión de intensidad de la ecuación (8) en la ecuación (2)

$$V_{AB} = V_{AO} \cdot \frac{R1}{(R1 + R2)} \quad (9)$$

Como $V_{AO} = V$ la expresión anterior resulta

$$\boxed{V_{AB} = V \cdot \frac{R1}{R1 + R2}} \quad (10)$$

Este circuito en particular, con dos o más resistores en serie se conoce como divisor de tensión, ya que la tensión entre los resistores es menor o igual a la tensión original en el circuito. En el caso de que haya más de dos resistores en serie, para cualquier punto arbitrario entre ellos, se pueden agrupar los resistores en serie de modo tal que se comporten como un único resistor equivalente, de esta manera cualquier circuito que contenga un número de N resistores en serie, puede ser simplificado a su equivalente divisor de tensión de dos resistores, en el cual los resistores agrupados tendrán un valor de resistencia equivalente a la suma de las resistencias de los resistores agrupados.

En el experimento con dos resistores en serie, las mediciones serán directas de los instrumentos, aunque la tensión entre dos puntos se calculará con la ecuación (10) por lo que es necesario propagar errores. Una expresión para la incertidumbre en la medición es

$$\Delta V_{AB} = \left| \frac{\partial V_{AB}}{\partial V} \right| \cdot \Delta V + \left| \frac{\partial V_{AB}}{\partial R1} \right| \cdot \Delta R1 + \left| \frac{\partial V_{AB}}{\partial R2} \right| \cdot \Delta R2 \quad (11)$$

Desarrollando las derivadas parciales en cada termino, la incertidumbre de la medición queda determinada por

$$\boxed{\Delta V_{AB} = \left| \frac{R1}{R1 + R2} \right| \cdot \Delta V + \left| \frac{R2 \cdot V}{(R1 + R2)^2} \right| \cdot \Delta R1 + \left| \frac{-V \cdot R1}{(R1 + R2)^2} \right| \cdot \Delta R2} \quad (12)$$

3. Desarrollo

3.1. Circuito con un resistor

3.1.1. Materiales

En líneas generales solo se requieren dos elementos, una fuente de alimentación cuya tensión pueda ser regulada y un resistor de un valor determinado.

- Fuente de alimentación regulable
- Resistor

Para la realización del experimento se utilizó una fuente de alimentación regulable de marca Protomax modelo HY3005D-3, número de inventario ENT067 del laboratorio de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires, el resistor utilizado fue un resistor cerámico de marca genérica con un valor de resistencia de 10 Ohms y una tolerancia de $\pm 5\%$ de acuerdo con el código de color, en este caso resulta en una resistencia anunciada por el fabricante de $R' = (10,0 \pm 0,50)\Omega$. Para medir la tensión y la corriente se utilizó el voltímetro y amperímetro incluido en la fuente de alimentación al cual se le consideró como error la mínima división del mismo, 0,01 V y 0.01 A para la tensión y la intensidad respectivamente.

3.1.2. Experimentación

Como indica el siguiente esquemático, se armó el circuito para analizar el comportamiento del resistor.

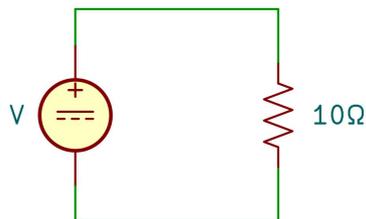


Figura 2: Circuito con un resistor

Con una tensión inicial de 0.5V, se fue incrementando el valor de la tensión en pasos de a 0.5V para así observar la corriente consumida por el resistor, hasta llegar a la corriente máxima que el resistor pueda soportar.

3.2. Circuito con dos resistores en serie

3.2.1. Materiales

En cuanto al segundo experimento se utilizaron materiales similares a los utilizados en el primer experimento, aunque se agrega otro resistor y además se utilizó un voltímetro y amperímetro dedicado para medir la tensión y la intensidad en el circuito.

- Fuente de alimentación constante
- Resistores
- Voltímetro y amperímetro
- Protoboard

En cuanto a la fuente de alimentación, se utilizó una de marca MCP modelo mlo-sp3010L número de inventario ENT067 del laboratorio de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires, los resistores utilizados fueron 2 resistores genéricos de 1000 Ohms y 2200 Ohms ambos con tolerancia de $\pm 5\%$ según los códigos de color, resultando en valores de resistencias de $R1 = (1000 \pm 50)\Omega$ y $R2 = (2200 \pm 110)\Omega$ para los resistores respectivamente. En cuanto al voltímetro y amperímetro, se utilizó un multímetro de marca genérica, modelo DT-830B el cual por manual anuncia una resolución de 10 mV (0,01 V) $\pm 0.5\%$ del valor medido ± 1 dígito, para mediciones de tensión continua, y 100 μA (0.0001 A) $\pm 1.2\%$ del valor medido ± 5 dígitos, para mediciones de corriente continua. Además se utilizó un protoboard de marca genérica para conectar los resistores, el multímetro y la fuente de alimentación.

3.2.2. Experimentación

De acuerdo al siguiente esquemático se armó el circuito con los dos resistores en serie.

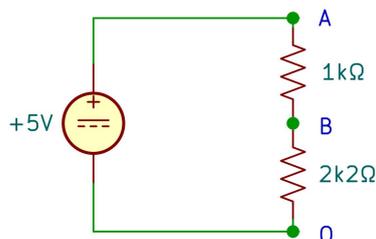


Figura 3: Circuito con dos resistores en serie

El banco de trabajo en una primera instancia fue como se indica en la figura 4, de esa manera se midió con el voltímetro la tensión entre A y O, luego de manera

análoga pero cambiando de lugar los cables del multímetro, se midió la tensión entre los puntos A y B, y finalmente entre los puntos B y O.

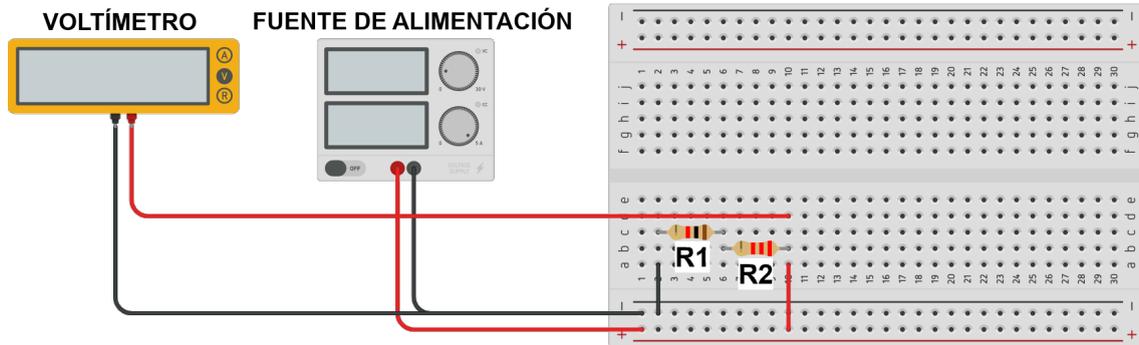


Figura 4: Medición de la tensión entre los puntos A y O

Para medir la corriente que circula, se colocó el amperímetro en serie con los resistores, como indica la figura 5.

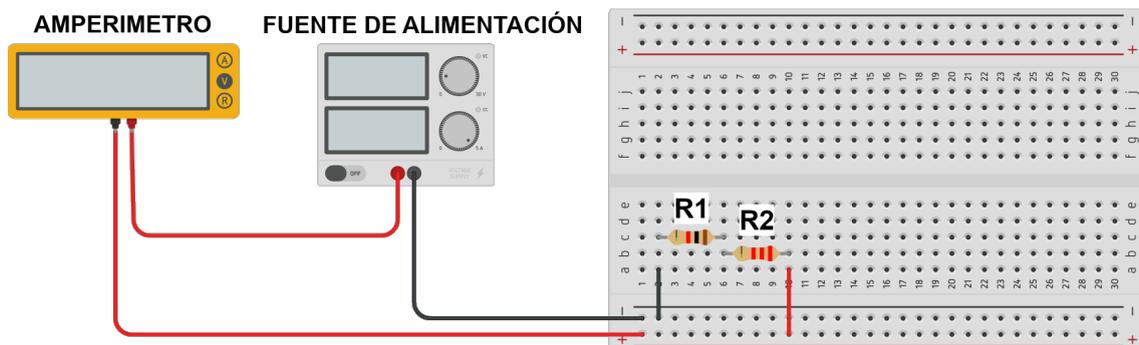


Figura 5: Medición de la corriente que circula

Para comenzar con las mediciones, en primer lugar se suministró +5V de tensión continua utilizando la fuente de alimentación, luego utilizando el multímetro como se indica en la figura 4 se midió la tensión en el circuito entre los puntos A y B con respecto a O, y luego en el punto A con respecto a B. Finalmente, se midió la intensidad que circula por los resistores utilizando el amperímetro como se indica en la figura 5.

4. Datos obtenidos

4.1. Resistor único

En el siguiente cuadro se presentan los valores, con sus respectivos errores, obtenidos durante la primer experiencia.

T [V]	ΔT [V]	i [A]	Δi [A]
0,50	0,01	0,02	0,01
1,00	0,01	0,08	0,01
1,50	0,01	0,13	0,01
2,00	0,01	0,17	0,01
2,50	0,01	0,23	0,01
3,00	0,01	0,28	0,01
3,50	0,01	0,33	0,01
4,00	0,01	0,45	0,01
4,50	0,01	0,64	0,01
5,00	0,01	0,67	0,01
5,50	0,01	0,55	0,01
6,00	0,01	0,00	0,01

Cuadro 1: Datos obtenidos durante la primer experiencia

Si se gráfica la Intensidad (i) en función de la tensión (V) con los datos del cuadro 1, se puede apreciar que el comportamiento del resistor se puede aproximar a una función lineal para una determinada porción del gráfico, luego después de un cierto valor de tensión el comportamiento del resistor se vuelve impredecible.

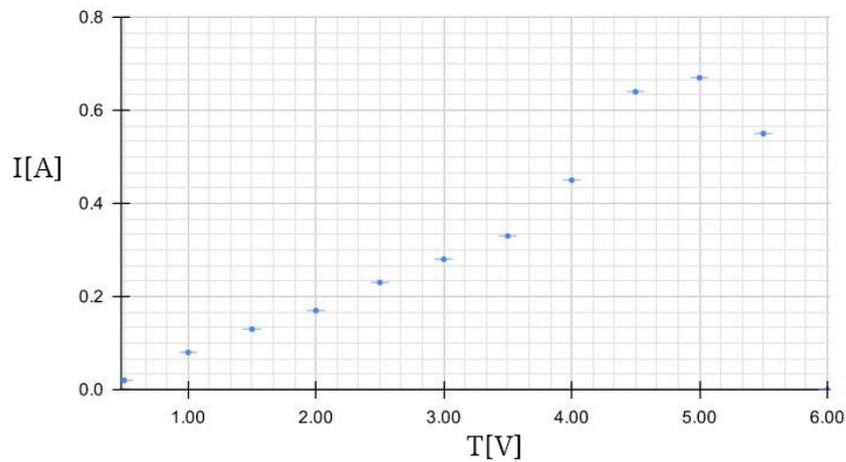


Figura 6: Intensidad i [A] en función de la tensión T [V]

Utilizando las ecuaciones (2) y (4) de la introducción teórica, se puede calcular el valor de la resistencia del resistor y la incertidumbre en la medición para cada par de tensión e intensidad del cuadro 1

T [V]	i [A]	R[Ω]	ΔR [Ω]
0,50	0,02	25,00	12,75
1,00	0,08	12,50	1,68
1,50	0,13	11,54	0,97
2,00	0,17	11,76	0,75
2,50	0,23	10,87	0,52
3,00	0,28	10,71	0,42
3,50	0,33	10,61	0,36
4,00	0,45	8,89	0,23
4,50	0,64	7,03	0,13
5,00	0,67	7,46	0,13
5,50	0,55	10,00	0,20
6,00	0,00	INF	INF

Cuadro 2: Calculo de la resistencia y su incertidumbre

Cabe aclarar que durante los últimos valores de tensión aplicados al resistor, la temperatura del mismo comenzó a elevar hasta que comenzó a liberar humo, pasados unos segundos el resistor finalmente se cortó, ésto provocó que el resistor no vuelva a funcionar como tal, produciendo cambios irreversibles sobre el mismo.

Analizando el gráfico en profundidad y teniendo en cuentas los datos del cuadro 1, se puede observar que los valores de resistencia con menor incertidumbre son los que se alejan del modelo lineal, son aquellos que están por encima de los 3,50V.

Si bien los valores de incertidumbre son menores para valores de tensión mayores a los 3,50V, no es correcto considerar dichas mediciones, ya que para esos valores el resistor se aleja del modelo lineal, además de que el mismo se sobrecalentó, modificando sus propiedades físicas. Descartando las mediciones por encima de 3,50V, la siguiente medición más precisa resulta la realizada con 3,50V de tensión, la cual según la ley de Ohm resulta en una resistencia de

$$R = (10,61 \pm 0,35)\Omega$$

Comparando el valor de resistencia calculado R , y el anunciado por el fabricante R'

$$R' = (10,0 \pm 0,50)\Omega$$

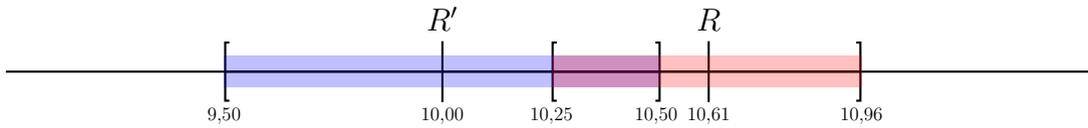


Figura 7: Comparación entre el valor obtenido (R) y el especificado por el fabricante (R')

Se puede apreciar que el valor calculado es ligeramente más preciso, ya que tiene un intervalo de incertidumbre menor.

4.2. Resistores en serie

Para la segunda experiencia, los datos medidos con el voltímetro fueron los siguientes:

V_{AB} [V]	V_{BO} [V]	V_{AO} [V]	ΔV [V]	i [mA]	Δi [mA]
1,54	3,41	4,97	0.01	1,53	0.01

Cuadro 3: Datos medidos con el voltímetro durante la segunda experiencia

Los cuales se pueden corroborar con la ecuación (5) de la introducción teórica. Reemplazando con $R_1 = 1000\Omega$, $R_2 = 2200\Omega$ y $V = 4,97V$ resulta

$$V_{AB} = 1,55V$$

Utilizando la ecuación (12) para determinar la incertidumbre en la medición se obtiene

$$\Delta V_{AB} = 0,067V$$

Es decir, la expresión para la tensión entre los puntos A y B predicho por el modelo teórico resulta

$$V_{AB} = (1,55 \pm 0,07)V$$

Es inmediato que la tensión en R_1 es la misma que la tensión entre los puntos A y B, y que la tensión en R_2 es la misma que la tensión entre los puntos B y O.

Aplicando la ecuación (5) a la resistencia 2 tenemos la tensión sobre el resistor 2

$$V_{BO} = 3,41V$$

De manera similar para el resistor 1, utilizando la ecuación (12) para determinar la incertidumbre en la medición se obtiene

$$\Delta V_{BO} = 0,11V$$

Es decir, el valor de la tensión aplicada sobre el resistor 2, según el modelo teórico e

$$V_{BO} = (3,41 \pm 0,11)V$$

5. Conclusión

Teniendo en cuenta que en ambos experimentos las mediciones realizadas directa e indirectamente, directa, con el debido instrumento, o en el caso del primer experimento, de acuerdo con el fabricante, e indirectamente aplicando el modelo matemático, son muy parecidas, se puede decir que el modelo matemático se aproxima muy bien a la práctica en determinadas situaciones, de esta forma la ley de Ohm en el caso de un resistor y la ecuación del divisor de tensión para el caso de N-resistores en serie, resultan dos herramientas muy útiles para resolver circuitos.

6. Anexo

6.1. Cálculos para un resistor

6.1.1. Resistencia calculada por la ley de Ohm

$$R = \frac{3,50V}{0,33A} = 10,61\Omega$$

6.1.2. Incertidumbre en la medición indirecta de la resistencia

$$\Delta R = \left| \frac{1}{0,33A} \right| \cdot 0,01V + \left| \frac{-3,50V}{(0,33A)^2} \right| \cdot 0,01A = 0,35V$$

6.2. Cálculos para los resistores en serie

6.2.1. Tensión entre A y B

$$V_{AB} = 4,97V \cdot \frac{1000\Omega}{(1000\Omega + 2200\Omega)} = 1,55V$$

6.2.2. Incertidumbre en la medición de tensión entre A y B

$$\Delta V_{AB} = \left| \frac{1000\Omega}{3200\Omega} \right| \cdot (0,01V) + \left| \frac{2200\Omega \cdot 4,97V}{(3200\Omega)^2} \right| \cdot 50\Omega + \left| \frac{-4,97V \cdot 1000\Omega}{(3200\Omega)^2} \right| \cdot 110\Omega = 0,067V$$

6.2.3. Tensión entre B y O

$$V_{BO} = 4,97V \cdot \frac{2200\Omega}{(1000\Omega + 2200\Omega)} = 3,41V$$

6.2.4. Incertidumbre en la medición de tensión entre B y O

$$\Delta V_{BO} = \left| \frac{2200\Omega}{3200\Omega} \right| \cdot (0,01V) + \left| \frac{1000\Omega \cdot 4,97V}{(3200\Omega)^2} \right| \cdot 110\Omega + \left| \frac{-4,97V \cdot 2200\Omega}{(3200\Omega)^2} \right| \cdot 50\Omega = 0,114V$$

7. Bibliografía y material utilizado

- W. H. Hayt Jr., J. E. Kemmerly, Análisis de circuitos en Ingeniería
- [Wikipedia: Modelo científico](#)
- [Manual multímetro DT-830b](#)
- [Campus FIUBA: Mediciones e incertezas](#)